dMAT – Digitaler Mastertest

Vorbereitungsmaterialien für Teilnehmende

dMAT
Digitaler Mastertest

Impressum

Gesellschaft für Akademische Studienvorbereitung und Testentwicklung e. V. (g.a.s.t.)
TestDaF-Institut
Universitätsstr. 134
D-44799 Bochum

Tel.: +49 234 32 29770
Fax: +49 234 32 14988
E-Mail: kontakt@gast.de

Amtsgericht Bonn
Registernummer VR 7827

Geschäftsführer: Dr. Hans-Joachim Althaus

dMAT
Digitaler Mastertest

Inhaltsverzeichnis

Hinweise zur Verwendung der Vorbereitungsmaterialien für Teilnehmende

Liebe dMAT-Teilnehmerin, lieber dMAT-Teilnehmender,

diese Vorbereitungsmaterialien helfen Ihnen dabei, sich gut auf den digitalen Mastertest (dMAT) vorzubereiten. Sie erhalten hier

- allgemeine Informationen zum Inhalt und Aufbau des Tests,
- ausführliche Instruktionen und Hinweise zur Bearbeitung der unterschiedlichen Aufgabentypen
- sowie die Möglichkeit zur Bearbeitung von Übungsaufgaben zu jedem Aufgabentyp in unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden inklusive Musterlösungen.

Lesen Sie sich alle Informationen aufmerksam durch, um sich mit dem dMAT vertraut zu machen. Die Vorbereitungsmaterialien dienen in erster Linie der inhaltlichen Vorbereitung auf die Prüfung. Hinweise und Beispiele zur digitalen Bearbeitungsform des Tests erhalten Sie in Informationsvideos auf www.d-mat.de.

Hinweis

Die ausführlichen Instruktionen zu den einzelnen Aufgabentypen des dMAT stehen Ihnen nur in den vorliegenden Vorbereitungsmaterialien zur Verfügung! In der Prüfung sehen Sie lediglich kurze Erklärungen zur Bearbeitung zur Erinnerung.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Ihr dMAT-Team

Allgemeine Informationen zum dMAT

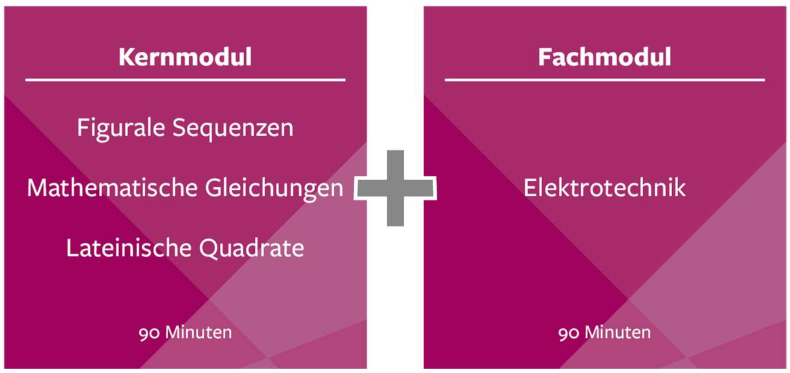
Der digitale Mastertest (dMAT) ist ein neuer Studieneignungstest, der für die Zulassung internationaler Bewerberinnen und Bewerber zu Masterstudiengängen eingesetzt wird. Die Durchführung des Tests ermöglicht einen fairen Vergleich von Bewerberinnen und Bewerbern über verschiedene nationale Bildungssysteme hinweg.

Der dMAT wird digital angeboten und kann sowohl in deutscher als auch in englischer Sprache abgelegt werden. Durch die Entwicklung in enger fachlicher Zusammenarbeit mit deutschen Hochschulen, spiegelt der Test die Anforderungen der angestrebten Studiengänge exakt wider und ist somit ein valides Instrument zur Einschätzung der Studierfähigkeit bei Masterstudiengängen.

Die Auswertung des dMAT erfolgt zentral am TestDaF-Institut in Bochum. Der Test ist standardisiert, wodurch eine Vergleichbarkeit aller Teilnehmenden miteinander gewährleistet ist. Darüber hinaus orientiert sich das Format des Tests an den international anerkannten Standards für psychodiagnostische Tests, der Test ist zuverlässig und objektiv.

Aufbau des dMAT

Der dMAT besteht aus zwei Prüfungsteilen: das Kernmodul testet die allgemeine Studierfähigkeit, die fachbezogenen Module prüfen die fachspezifische Eignung sowie die Fähigkeit zur Anwendung des im Studium erworbenen Wissens. Aktuell wird der dMAT für den Masterstudiengang Elektrotechnik angeboten, weitere Prüfungsmodule befinden sich in der Entwicklung. Die folgende Grafik veranschaulicht die Struktur des Tests.



Die reine Prüfungsdauer beträgt etwa drei Stunden mit einer Pause von 30 Minuten zwischen den beiden Prüfungsteilen.

Das **Kernmodul** zur Messung der allgemeinen Studierfähigkeit besteht aus drei Subtests, die allgemeine kognitive Fähigkeiten messen, die für ein Masterstudium in Deutschland relevant sind. Das Kernmodul ermöglicht bis zu einem gewissen Grad den Vergleich der Teilnehmenden über die jeweiligen Fachmodule hinweg.

Die Erstellung der **Fachmodule** basiert auf umfangreichen wissenschaftlichen Studien von Experten, sodass die Prüfungsinhalte repräsentativ für die jeweiligen Studienrichtungen sind. Die Prüfungsaufgaben sind wissensbasiert und bestehen aus einer Kombination von fachtypischer Problemstellung (Input) und entsprechenden Single-Choice-Fragen. Der dMAT erfordert daher Fachwissen und Anwendungskompetenz, aber kein rein auswendig gelerntes Faktenwissen. Mit den genauen Anforderungen und Instruktionen der einzelnen Aufgabentypen können Sie sich in den nächsten Abschnitten vertraut machen.

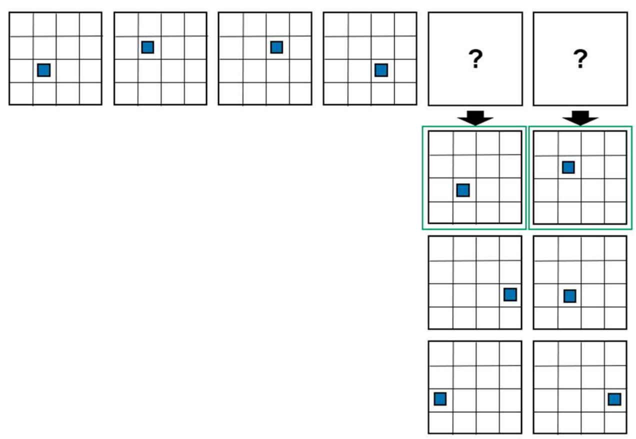
Bitte beachten Sie: Sie dürfen sich in der gesamten Prüfung keine Notizen machen.

Kernmodul – Instruktionen und Übungsaufgaben

Kernmodul	**Figurale Sequenzen**
Instruktionen	

Bei diesen Aufgaben sehen Sie eine Reihe von Bildern (Matrizen). Die Figuren in den Matrizen können von einer Matrix zur nächsten regelgeleitet ihre **Position**, **Farbe** und/oder **Ausrichtung** verändern. Sie sollen die Reihe folgerichtig fortsetzen und bestimmen, wie die nächsten beiden Matrizen aussehen.

Beispielaufgabe



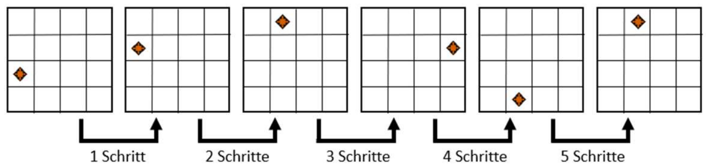
Lösung

Das blaue Quadrat bewegt sich innerhalb der 4 mittleren Felder immer um ein Feld im Uhrzeigersinn. Für die fünfte Matrix ist daher die erste Antwortoption richtig, für die sechste Matrix ebenfalls.

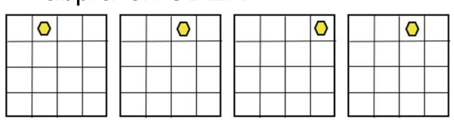
Regeln

- Figuren können ihre Farbe ändern.
- Figuren können sich um ihre eigene Achse drehen.
- Figuren können sich in der Matrix bewegen. Erlaubt sind vertikale, horizontale und diagonale Bewegungen. Figuren können von einer diagonalen Bewegung <u>nicht</u> zu einer anderen Bewegungsart wechseln.

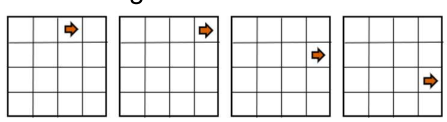
- Figuren können ihre Bewegung, Farbe und/oder Ausrichtung auch um x+1 ändern. Beispiel: Wenn eine Figur sich von Matrix 1 zu Matrix 2 um ein Feld bewegt, bewegt sie sich von Matrix 2 zu Matrix 3 zwei Felder, dann drei Felder usw. (siehe folgende Grafik).



  - Figuren können nicht verschwinden oder sich überlappen.
  - Elemente können die Matrix nicht verlassen. Stoßen sie an eine äußere Begrenzung, können sie ENTWEDER
  - abprallen ODER



- sich entlang der Grenzen weiterbewegen.

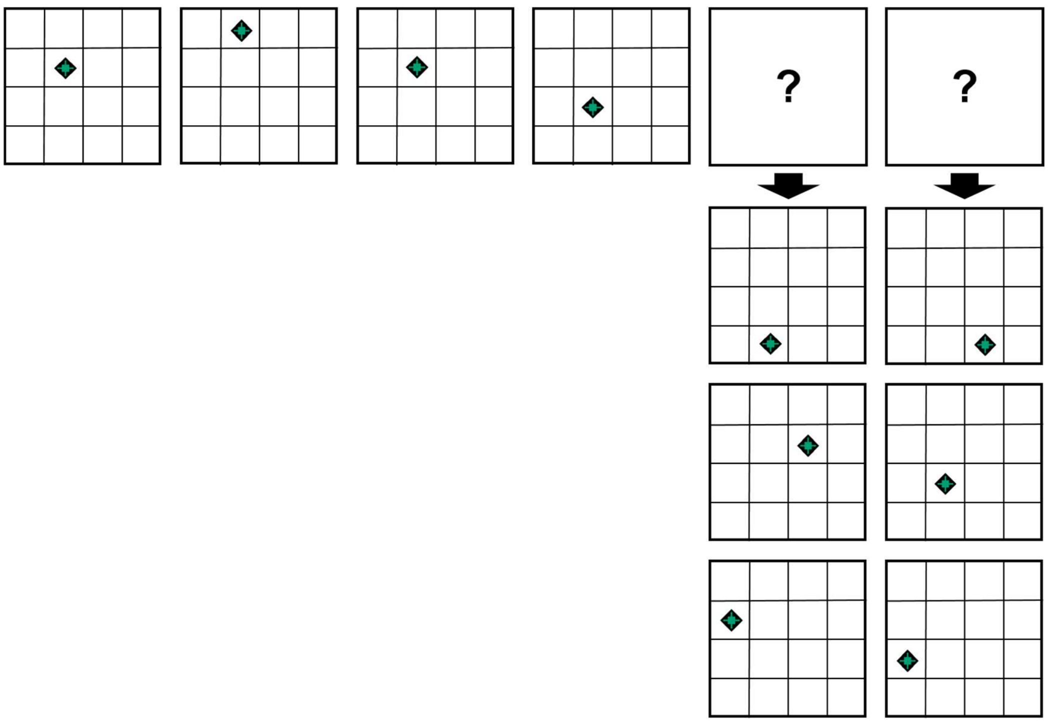


In der Prüfung haben Sie für **20** Reihen von Matrizen insgesamt **25 Minuten** Zeit. Arbeiten Sie so schnell und akkurat wie möglich. Wenn Sie eine Antwort nicht wissen, raten Sie bitte, welche Antwort richtig sein könnte. Sie dürfen sich in der Prüfung keine Notizen machen.

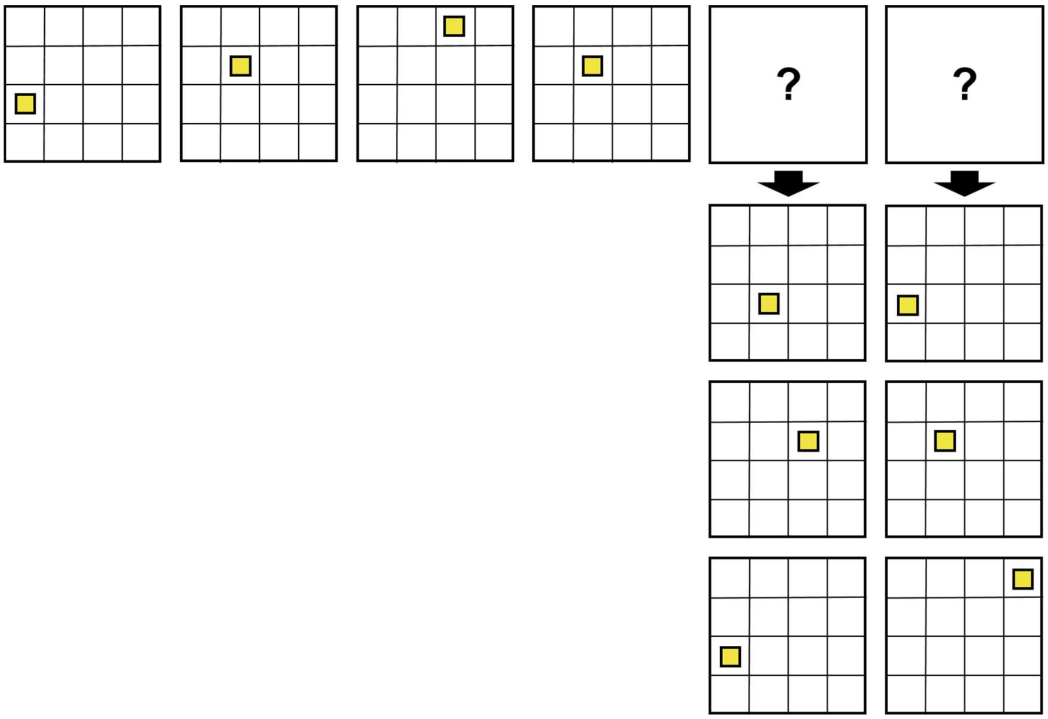
Kernmodul	Figurale Sequenzen
Übungsaufgaben	

Für den Aufgabentyp **Figurale Sequenzen** stehen Ihnen sechs Übungsaufgaben, jeweils zwei in den Schwierigkeitsgraden niedrig, mittel und hoch, zur Verfügung. Auf den folgenden Seiten können Sie die Lösungen einschließlich der Lösungswege einsehen. Üben Sie mit diesen Aufgaben, ohne sich Notizen zu machen, da Ihnen auch in der Prüfung keine Hilfsmittel zur Verfügung stehen werden.

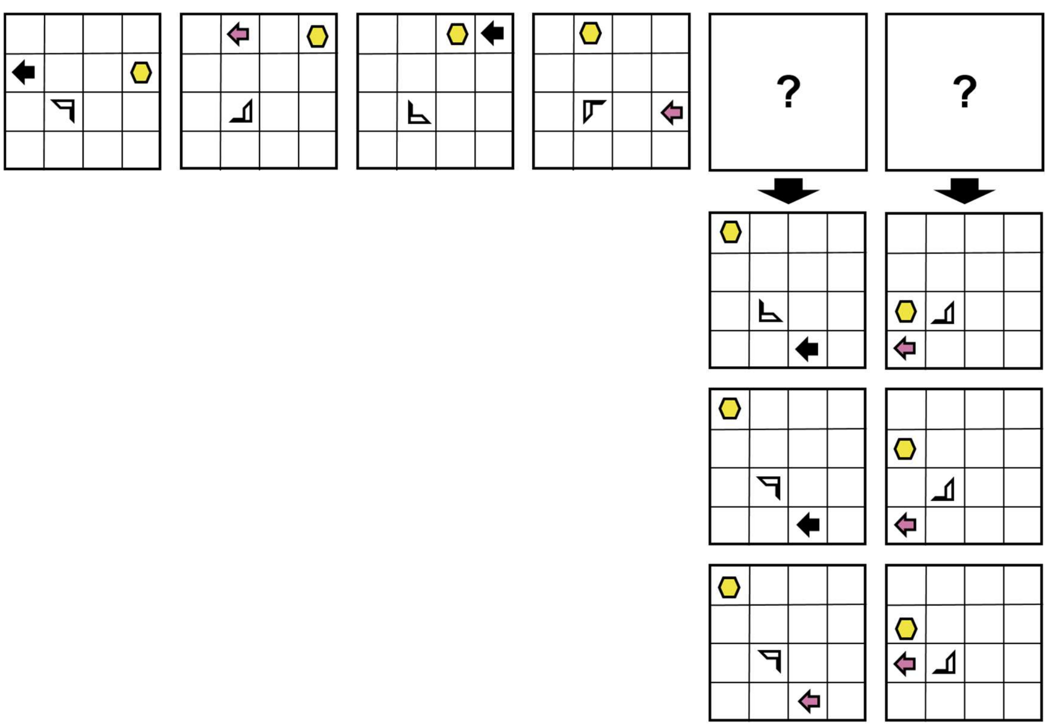
Übungsaufgabe 1 – Schwierigkeit: niedrig



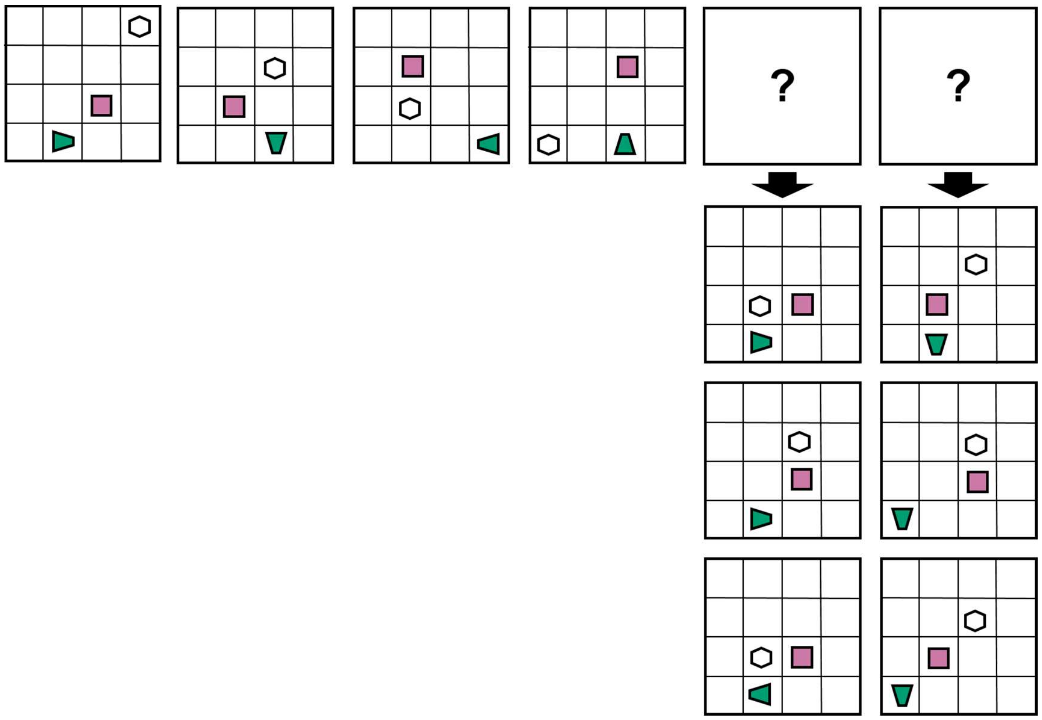
Übungsaufgabe 2 – Schwierigkeit: niedrig



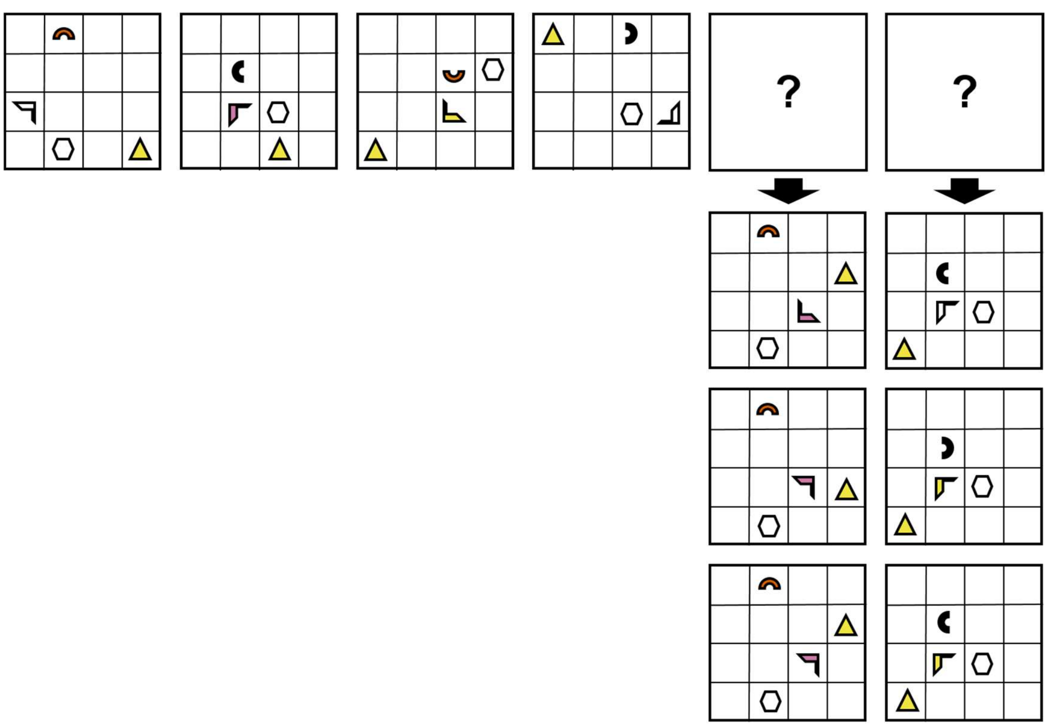
Übungsaufgabe 3 - Schwierigkeit: mittel



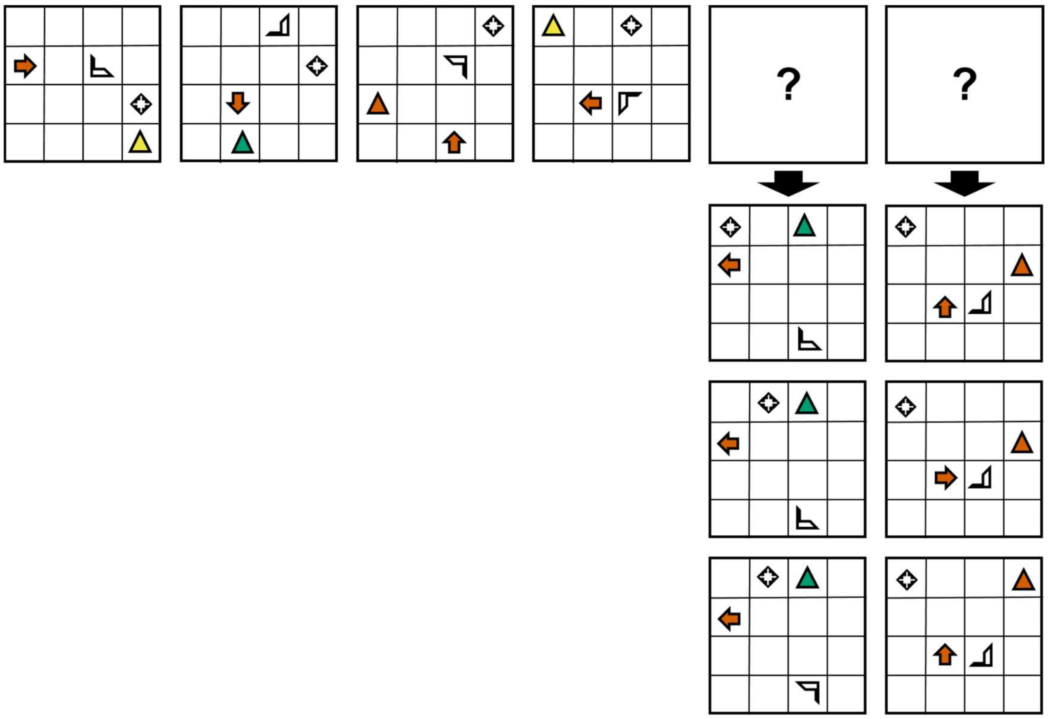
Übungsaufgabe 4 - Schwierigkeit: mittel



Übungsaufgabe 5 - Schwierigkeit: hoch

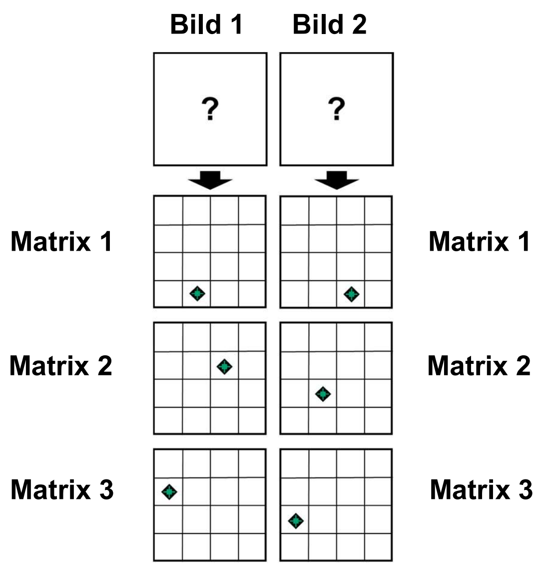


Übungsaufgabe 6 - Schwierigkeit: hoch



Kernmodul	Figurale Sequenzen
Übungsaufgaben – Lösungen	

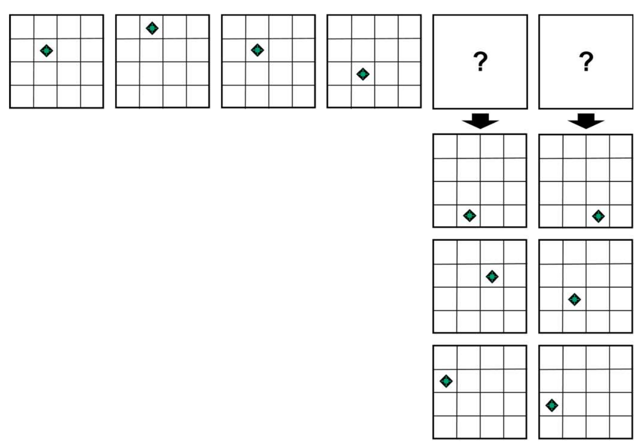
Hinweis zum Lösungsschlüssel



Lösung Übungsaufgabe 1

Bild 1: Matrix 1

Bild 2: Matrix 2

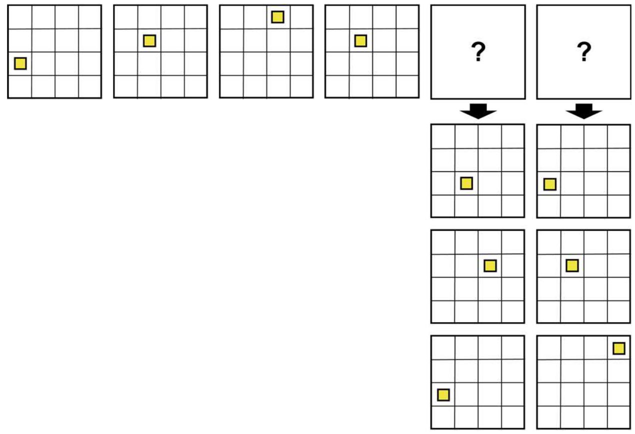


Das Symbol bewegt sich in der zweiten Spalte vertikal immer um ein Feld weiter und prallt an der oberen bzw. unteren Begrenzung ab.

Lösung Übungsaufgabe 2

Bild 1: Matrix 3

Bild 2: Matrix 2

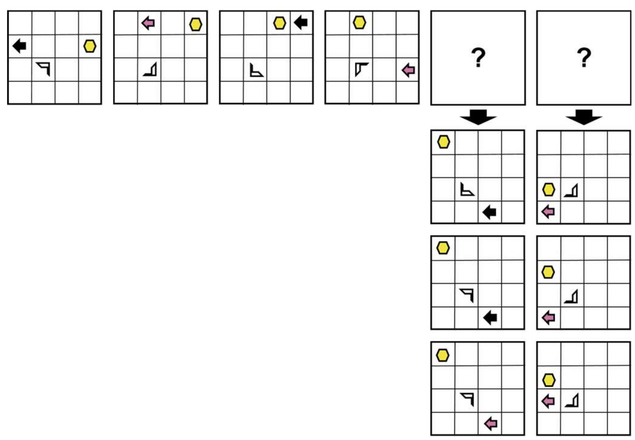


Das Symbol bewegt sich von seiner Ausgangsposition immer um ein Feld diagonal nach rechts oben, bis es von der oberen Begrenzung abprallt und auf demselben Weg zur Ausgangsposition zurückkehrt (diagonal nach links unten). Dort angekommen, prallt es von der unteren Begrenzung ab und bewegt sich wieder diagonal nach rechts oben.

Lösung Übungsaufgabe 3

Bild 1: Matrix 2

Bild 2: Matrix 2



Das Symbol bewegt sich entlang der äußeren Grenzen mit dem Uhrzeigersinn immer um zwei Felder weiter. Dabei wechselt es seine Farbe abwechselnd von Schwarz zu Rosa.

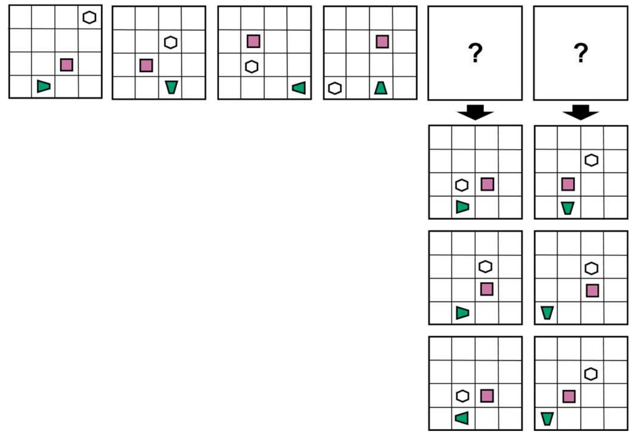
Das Symbol dreht sich von Bild zu Bild um 90 Grad nach rechts.

Das Symbol bewegt sich entlang der äußeren Grenzen gegen den Uhrzeigersinn immer um ein Feld weiter.

Lösung Übungsaufgabe 4

Bild 1: Matrix 1

Bild 2: Matrix 3



Das Symbol bewegt sich in der vierten Zeile horizontal um ein Feld weiter und prallt an der rechten bzw. linken Begrenzung ab. Dabei dreht es sich von Bild zu Bild um 90 Grad nach rechts.

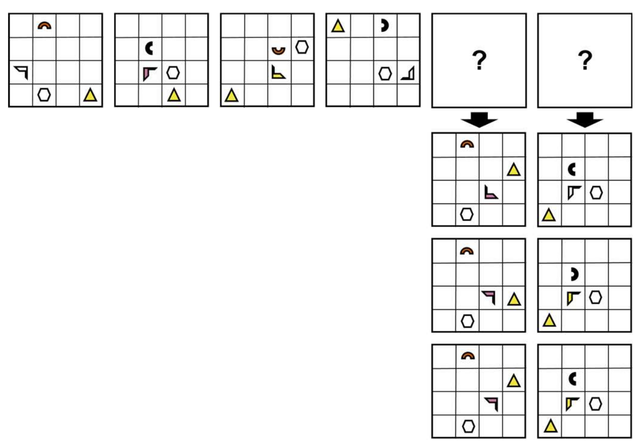
Das Symbol bewegt sich von seiner Ausgangsposition von Bild zu Bild jeweils ein Feld. Die Reihenfolge der Richtungen, in denen sich das Symbol dabei bewegt ist: links, oben, rechts, unten usw.

Das Symbol bewegt sich von seiner Ausgangsposition diagonal nach links unten, bis es von der linken unteren Ecke abprallt und auf demselben Weg zur rechten oberen Ecke zurückkehrt (diagonal nach rechts oben).

Lösung Übungsaufgabe 5

Bild 1: Matrix 3

Bild 2: Matrix 3



Das Symbol bewegt sich entlang der äußeren Grenzen mit dem Uhrzeigersinn um x + 1 Felder weiter (d. h. von Matrix 1 zu Matrix 2 ein Feld, von Matrix 2 zu Matrix 3 zwei Felder usw.).

Das Symbol bewegt sich in der dritten Zeile horizontal um ein Feld weiter und prallt an der rechten bzw. linken Begrenzung ab. Dabei dreht es sich von Bild zu Bild um 90 Grad nach links und wechselt seine Farbe von Weiß zu Rosa zu Gelb usw.

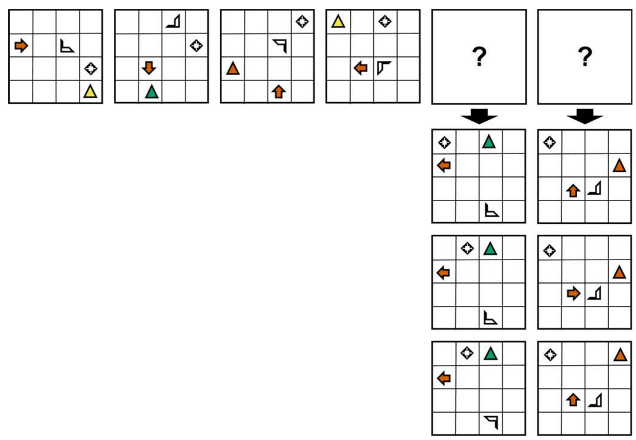
Das Symbol bewegt sich von seiner Ausgangsposition von Bild zu Bild jeweils ein Feld. Die Reihenfolge der Richtungen, in denen sich das Symbol dabei bewegt ist: unten, rechts, oben, links usw. Dabei dreht es sich um 90 Grad nach links und wechselt seine Farbe abwechselnd von Orange zu Schwarz .

Das Symbol bewegt sich von seiner Ausgangsposition diagonal nach rechts oben, bis es von der rechten Begrenzung abprallt und auf demselben Weg zur Ausgangsposition zurückkehrt (diagonal nach links unten). Dort angekommen, prallt es von der unteren Begrenzung ab und bewegt sich wieder diagonal nach rechts oben.

Lösung Übungsaufgabe 6

Bild 1: Matrix 2

Bild 2: Matrix 1



Das Symbol bewegt sich von seiner Ausgangsposition diagonal nach rechts unten, bis es von der unteren Begrenzung abprallt und auf demselben Weg zur Ausgangsposition zurückkehrt (diagonal nach links oben). Dort angekommen, prallt es von der linken Begrenzung ab und bewegt sich wieder diagonal nach rechts unten. Das Symbol dreht sich dabei immer x + 1 Mal um 90 Grad nach rechts. D. h. von Matrix 1 zu Matrix 2 dreht es sich einmal um 90 Grad nach rechts. Von Matrix 2 zu Matrix 3 dreht es sich zwei Mal um 90 Grad nach rechts usw.

Das Symbol bewegt sich in der dritten Spalte vertikal um ein Feld weiter und prallt an der oberen bzw. unteren Begrenzung ab. Dabei dreht es sich von Bild zu Bild um 90 Grad nach links.

Das Symbol bewegt sich entlang der äußeren Grenzen gegen den Uhrzeigersinn immer um ein Feld weiter.

Das Symbol ▲ bewegt sich entlang der äußeren Grenzen mit dem Uhrzeigersinn immer um zwei Felder weiter. Dabei wechselt es seine Farbe von Gelb ▲ zu Grün ▲ zu Orange ▲ usw.

Kernmodul	Mathematische Gleichungen
Instruktionen	

In diesem Aufgabentyp sollen Sie Gleichungssysteme so lösen, dass alle Vorgaben erfüllt sind. Ein Gleichungssystem besteht immer aus mehreren Gleichungen.

Sie sollen herausfinden, welche Zahlen für die Unbekannten (Buchstaben) der Gleichungen eingesetzt werden müssen, damit die Gleichungen stimmen.

Es gibt für jeden Buchstaben immer nur eine Lösung, bei der alle Vorgaben erfüllt sind.

Jeder Buchstabe kann einen Wert zwischen 1 und 20 annehmen.

Beispielaufgabe 1

A + 2 = **B**

B = 6

Welchem Wert entspricht **A**, damit die Gleichungen korrekt gelöst werden?

Lösung Beispielaufgabe 1

Aufgrund der zweiten Gleichung wissen Sie, dass **B** = 6 ist. Setzen Sie die Zahl 6 für **B** in der ersten Gleichung ein, erhalten Sie **A** + 2 = 6. Lösen Sie diese auf, dann erhalten Sie **A** = 6 – 2 = 4. Die Lösung der ersten Beispielaufgabe ist deshalb **A** = 4. Jede andere Lösung ist falsch.

Beispielaufgabe 2

B = 2 × **A**

B + **A** = 12

Welchen Werten entsprechen **A** und **B**, damit die Gleichungen korrekt gelöst werden?

Lösung Beispielaufgabe 2

Die erste Gleichung definiert, dass **B** = 2 × **A** ist. Setzt man diese Information in der zweiten Gleichung ein, erhält man 2 × **A** + **A** = 12 oder 3 × **A** = 12. Stellt man diese Gleichung um, ergibt sich **A** = 12 ÷ 3 = 4. Setzt man in der ersten oder zweiten Gleichung für **A** die Zahl 4 ein, erhält man **B** = 8. Die Lösung der zweiten Beispielaufgabe ist deshalb **A** = 4 und **B** = 8. Jede andere Lösung ist falsch.

In der Prüfung haben Sie **25 Minuten** Zeit um **20 Gleichungssysteme** zu lösen. Arbeiten Sie so schnell und akkurat wie möglich. Sie dürfen sich in der Prüfung keine Notizen machen.

Kernmodul	Mathematische Gleichungen
Übungsaufgaben	

Für den Aufgabentyp **Mathematische Gleichungen** stehen Ihnen sechs Übungsaufgaben, jeweils zwei in den Schwierigkeitsgraden niedrig, mittel und hoch, zur Verfügung. Auf den folgenden Seiten können Sie die Lösungen einschließlich der Lösungswege einsehen. Üben Sie mit diesen Aufgaben, ohne sich Notizen zu machen, da Ihnen auch in der Prüfung keine Hilfsmittel zur Verfügung stehen werden.

Übungsaufgabe 1 – Schwierigkeit: niedrig

$$7 + A = 14$$

$$B - 3 = A$$

Übungsaufgabe 2 – Schwierigkeit: niedrig

$$B \div 2 = A$$

$$B - A = 8$$

Übungsaufgabe 3 – Schwierigkeit: mittel

$$3 \times C = A$$

$$A + C = 8$$

$$2 \times A + 2 \times C = B$$

Übungsaufgabe 4 – Schwierigkeit: mittel

$$18 - B = A$$

$$3 \times A = C$$

$$B \div 2 = A$$

Übungsaufgabe 5 – Schwierigkeit: hoch

$$A - B + C - D = 2$$

$$10 \times B = C$$

$$5 \times B = A$$

$$11 + B = D$$

Übungsaufgabe 6 – Schwierigkeit: hoch

$$C + D - A = 1$$

$$5 \times C = D$$

$$13 - C = A$$

$$3 \times C - 1 = B$$

Kernmodul	Mathematische Gleichungen
Lösungen	

Lösung Übungsaufgabe 1

$7 + A = 14$
$B – 3 = A$

$A = 7$
$B = 10$

Die erste Gleichung macht klar, dass $A = 7$ ist, wenn man auf beiden Seiten 7 subtrahiert. Setzt man diese Information in der zweiten Gleichung ein, erhält man $B - 3 = 7$. Addiert man auf beiden Seiten 3, erhält man die Lösung $B = 10$.

Lösung Übungsaufgabe 2

$B \div 2 = A$
$B – A = 8$

$A = 8$
$B = 16$

Multipliziert man in der ersten Gleichung auf beiden Seiten mit 2, erhält man $B = 2A$. Wird die Variable B in der zweiten Gleichung durch diese Information ersetzt, erhält man $2A – A = 8$. Das bedeutet $A = 8$. Setzt man die Lösung für A in der ersten Gleichung ein, erhält man $B \div 2 = 8$. Multipliziert man beide Seiten mit 2, erhält man $B = 16$.

Lösung Übungsaufgabe 3

$3 \times C = A$
$A + C = 8$
$2 \times A + 2 \times C = B$

$A = 6$
$B = 16$
$C = 2$

Mit der Information aus der ersten Gleichung ($3 \times C = A$ bzw. $A = 3C$) lässt sich A in der zweiten Gleichung ersetzen, sodass diese nach C aufgelöst werden kann: $3C + C = 8$ bzw. $4C = 8$. Teilt man auf beiden Seiten durch 4, erhält man $C = 2$. Damit lässt sich die Lösung von A ausrechnen, indem man den Wert von C in die erste Gleichung einsetzt: $3 \times 2 = A$. Folglich ist $A = 6$. Durch Einsetzen der Lösungen für A und C kann die dritte Gleichung nach B aufgelöst werden: $2 \times 6 + 2 \times 2 = B$. Folglich ist $B = 16$.

Lösung Übungsaufgabe 4

$18 – B = A$
$3 \times A = C$
$B \div 2 = A$

$A = 6$
$B = 12$
$C = 18$

Multipliziert man in der dritten Gleichung auf beiden Seiten mit 2, erhält man B = 2A (alternativ kann auch z. B. mit 0,5B = A weitergerechnet werden). Ersetzt man in der ersten Gleichung B durch diese Information, erhält man 18 – 2A = A. Addiert man 2A auf beiden Seiten erhält man 18 = 3A. Dividiert man jetzt durch 3, erhält man A = 6. Diese Information lässt sich in die dritte Gleichung einfügen, sodass man B ÷ 2 = 6 erhält. Multipliziert man auf beiden Seiten mit 2, so erhält man B = 12. Setzt man das Ergebnis für A in die zweite Gleichung ein, erhält man 3 × 6 = C, also C = 18.

Lösung Übungsaufgabe 5

$A – B + C – D = 2$
$10 \times B = C$
$5 \times B = A$
$11 + B = D$

$A = 5$
$B = 1$
$C = 10$
$D = 12$

Die Informationen, die in den Gleichungen zwei, drei und vier zu den Variablen A, B und C gegeben sind, können in die erste Gleichung eingesetzt werden, sodass sich diese nach B auflösen lässt: 5B - B + 10B - (11 + B) = 2. Löst man die Klammer auf, erhält man 5B - B + 10 B - 11 - B = 2 bzw. 13B - 11 = 2. Addiert man 11 auf beiden Seiten, erhält man 13B = 13. Wird durch 13 dividiert, erhält man die Lösung B = 1. Diese Information lässt sich die die anderen Gleichungen einfügen und nach der jeweiligen fehlenden Variable auflösen: 10 × 1 = C bzw. C = 10, 5 × 1 = A bzw. A = 5 und 11 + 1 = D bzw. D = 12.

Lösung Übungsaufgabe 6

C + D – A = 1
5 × C = D
13 – C = A
3 × C – 1 = B

A = 11
B = 5
C = 2
D = 10

Die Informationen, die in den Gleichungen zwei und drei zu den Variablen A und D gegeben sind, können in die erste Gleichung eingesetzt werden, sodass sich diese nach C auflösen lässt: C + 5C - (13 - C) = 1. Löst man die Klammer auf, erhält man C + 5C - 13 + C = 1 bzw. 7C - 13 = 1. Addiert man 13 auf beiden Seiten, erhält man 7C = 14. Wird durch 7 dividiert, erhält man die Lösung C = 2. Diese Information lässt sich die die anderen Gleichungen einfügen und nach der jeweiligen fehlenden Variable auflösen: 5 × 2 = D bzw. D = 10, 13 - 2 = A bzw. A = 11 und 3 × 2 - 1 = B bzw. B = 5.

Kernmodul	Lateinische Quadrate
Instruktionen	

In diesem Aufgabentyp sehen Sie Quadrate (Raster) mit 5 Zeilen und 5 Spalten. Manche Felder des Rasters enthalten Buchstaben.

In einem Raster gelten folgende Regeln:

- Jeder Buchstabe darf in jeder Zeile und jeder Spalte nur ein einziges Mal vorkommen.
- Es können nur die Buchstaben A, B, C, D und E im Raster vorkommen.

Ihre Aufgabe ist es, zu entscheiden, welcher Buchstabe an die Stelle des Fragezeichens gehört. Manchmal müssen Sie dazu im Kopf zuerst andere Zellen füllen.

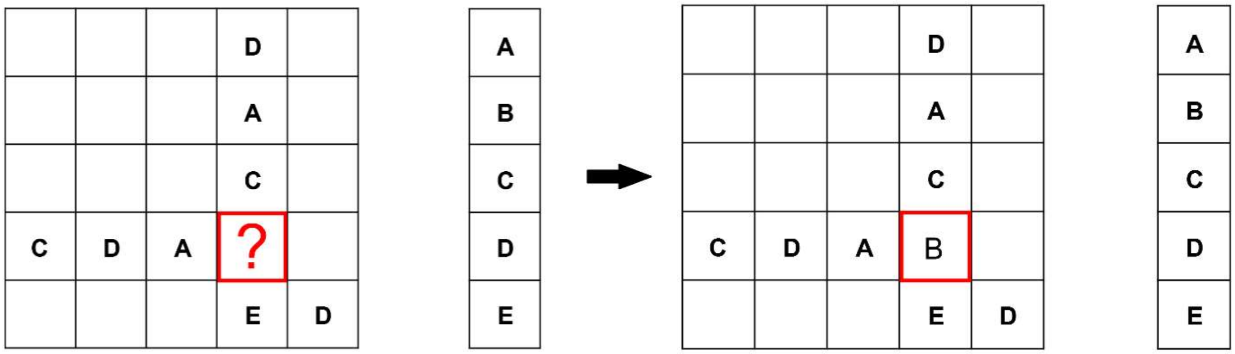
Wenn Sie die richtige Lösung für das Fragezeichen erkannt haben, klicken Sie die richtige Antwort im Lösungsfeld an.

	?			
	A			
	E			
	D			
C	B			

A
B
C
D
E

Auf der nächsten Seite sehen Sie zwei Beispiele.

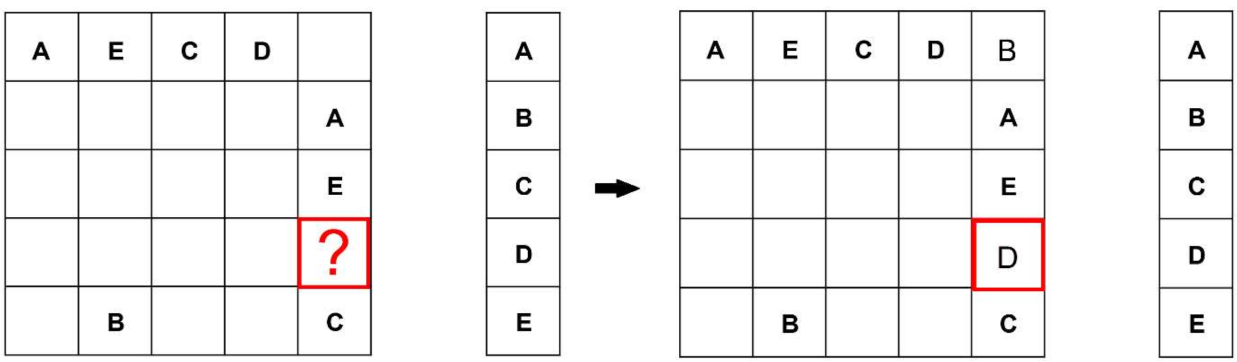
Beispielaufgabe 1



Lösung Beispielaufgabe 1

Hier muss an die Stelle des roten Fragezeichens „B“ eingesetzt werden, weil die Buchstaben „D“, „A“, „C“ und „E“ in dieser Spalte bereits vorkommen.

Beispielaufgabe 2



Lösung Beispielaufgabe 2

Das zweite Beispiel lässt sich nicht in einem Schritt lösen. Man muss zunächst in der obersten Zeile ein „B“ einsetzen. „B“ ist der einzige Buchstabe, der in dieser Zeile und Spalte noch nicht vorkommt. Anschließend kann man für das Fragezeichen ein „D“ einsetzten, da dieses der einzige Buchstabe ist, der in dieser Spalte noch nicht vorkommt.

In der Prüfung haben Sie für 20 Aufgaben insgesamt 25 Minuten Zeit. Bitte arbeiten Sie so schnell und akkurat wie möglich. Wenn Sie eine Antwort nicht wissen, raten Sie bitte, welche Antwort richtig sein könnte. Sie dürfen sich in der Prüfung keine Notizen machen.

dMAT
Digitaler Mastertest

Kernmodul	Lateinische Quadrate
Übungsaufgaben	

Für den Aufgabentyp **Lateinische Quadrate** stehen Ihnen sechs Übungsaufgaben, jeweils zwei in den Schwierigkeitsgraden niedrig, mittel und hoch, zur Verfügung. Auf den folgenden Seiten können Sie die Lösungen einschließlich der Lösungswege einsehen. Üben Sie mit diesen Aufgaben, ohne sich Notizen zu machen, da Ihnen auch in der Prüfung keine Hilfsmittel zur Verfügung stehen werden.

Übungsaufgabe 1 – Schwierigkeit: niedrig

B	?	A	D	
A	B	E	C	
	A			
C				
D	E		B	

Übungsaufgabe 2 – Schwierigkeit: niedrig

		?		
			D	A
		E		D
A	D			B
D	B		C	

Übungsaufgabe 3 – Schwierigkeit: mittel

A			B	
	B	A		
	E	D		
E	C		A	D
		E		?

Übungsaufgabe 4 – Schwierigkeit: mittel

	E		C	B
?			A	
		A	E	D
B	A		D	
	D	C		

Übungsaufgabe 5 – Schwierigkeit: hoch

			C	
	C	?	E	
	E		B	C
A	B		D	E
	D	E	A	

Übungsaufgabe 6 – Schwierigkeit: hoch

?				C
	D	E	B	A
B		D	A	
	B	C		D

Kernmodul	Lateinische Quadrate
Lösungen	

Hinweis zum Lösungsschlüssel

	α	β	γ	δ	ε
1	B	?	A	D	
2	A	B	E	C	
3		A			
4	C				
5	D	E		B	

Lösung Übungsaufgabe 1

Lösung = C

B	?	A	D	
A	B	E	C	
	A			
C				
D	E		B	

Lösungsschritte:

- In Spalte β fehlen C und D.
- C steht bereits in Zeile 4, daher muss in β4 D eingesetzt werden.
- Folglich muss C an der Stelle des Fragezeichens eingesetzt werden.

Lösung Übungsaufgabe 2

Lösung = D

		?		
			D	A
		E		D
A	D			B
D	B		C	

Lösungsschritte:

- An der Stelle des Fragezeichens muss D eingesetzt werden, da D bereits in allen anderen Spalten und Zeilen vorgegeben ist.

Lösung Übungsaufgabe 3

Lösung = B

A			B	
	B	A		
	E	D		
E	C		A	D
		E		?

Lösungsschritte:

- In Spalte γ fehlen B und C. An Position γ4 kann nur B eingesetzt werden, da bereits in Zeile 1 ein B vorhanden ist. Dies gilt auch in γ4 bzw. Zeile 4 umgekehrt für C. Folglich kann in γ1 nur ein C eingesetzt werden.
- In Spalte β fehlen A und D. A kann nur an Position β5 stehen, da A bereits in Zeile 1 vorhanden ist. An Position β1 kann folglich nur ein D stehen.
- Hieraus folgt, dass in ε1 nur ein E eingesetzt werden kann.

- In Zeile 3 fällt nun auf, dass A nur an Position ε3 stehen kann, da es bereits in allen Spalten und Zeilen vorhanden ist.
- Da in Spalte ε noch ein B eingefügt werden muss, und bereits in Zeile 2 ein B steht, kann es nur an der Position des Fragezeichens eingesetzt werden.

Lösung Übungsaufgabe 4

Lösung = D

	E		C	B
?			A	
		A	E	D
B	A		D	
	D	C		

Lösungsschritte:

- In der ersten Zeile fehlen A und D. A kann nur an Position α1 eingesetzt werden, da es sich bereits in Spalte γ befindet. Folglich muss D an Position γ1 stehen.
- Es fällt nun auf, dass D bereits in vier verschiedenen Zeilen und Spalten vorhanden ist und somit nur noch an der Stelle des Fragezeichens eingesetzt werden kann.

Lösung Übungsaufgabe 5

Lösung = D

			C	
	C	?	E	
	E		B	C
A	B		D	E
	D	E	A	

Lösungsschritte:

- An Position γ4 kann nur ein C eingesetzt werden.
- In Zeile 3 fehlen A und D. An Position γ3 kann nur ein A eingesetzt werden, da es bereits in Spalte α vorhanden ist. Folglich kann an Position α1 nur ein D eingesetzt werden.
- An Position β1 kann nur ein A eingesetzt werden.
- An Position α1 kann nur ein E eingesetzt werden, da es bereits in allen anderen Zeilen und Spalten vorhanden ist.
- Weiterhin fehlen in Zeile 5 C und B, wobei an Position α5 nur ein C eingesetzt werden, da es bereits in Spalte ε vorhanden ist. Folglich steht an Position ε5 ein B.
- In Zeile 1 fehlen noch D und B. Da sich B bereits in Spalte ε befindet, muss das B an Position γ1 und das D an Position ε1 eingesetzt werden.
- An der Stelle des Fragezeichens muss D eingesetzt werden, da in Spalte γ bereits alle anderen Buchstaben vorhanden sind.

dMAT
Digitaler Mastertest

Lösung Übungsaufgabe 6

Lösung = E

?				C
	D	E	B	A
B		D	A	
	B	C		D

Lösungsschritte:

- An Position α3 kann nur ein C eingesetzt werden, da sich in Zeile 3 bereits alle anderen Buchstaben befinden.
- In Zeile 5 fehlen A und E. An Position α5 muss das A stehen, da es bereits in Spalte δ vorhanden ist. Folglich steht E an Position δ 5.
- In Zeile 4 fehlen C und E. An Position β4 kann nur ein C eingesetzt werden, da es bereits in Spalte ε vorhanden ist. Folglich steht an Position ε4 ein E.
- An Position ε2 kann nur ein B eingesetzt werden, da alle anderen Buchstaben in Spalte ε bereits vorhanden sind.
- In Spalte γ fehlen A und B. An Position γ1 kann nur ein B eingesetzt werden, da sich in der zweiten Zeile bereits ein B befindet. In γ2 muss folglich A eingesetzt werden.
- In der ersten Zeile müssen A, D und E eingesetzt werden. A muss in β1 eingesetzt werden, da es bereits in allen anderen Spalten vorhanden ist. Da E bereits in Spalte δ vorhanden ist, muss es folglich an der Position des Fragezeichens eingesetzt werden.

Fachmodul – Instruktionen und Übungsaufgaben

Fachmodul	Elektrotechnik
Allgemeine Instruktionen	

Bei diesem Aufgabentyp sehen Sie einen Text und müssen mehrere Fragen beantworten. Jede Frage hat 4 Antwortoptionen.

Für jede Frage gibt es nur eine richtige Lösung.

Der Text, die Fragen und die Antwortoptionen können Abbildungen, Tabellen und Formeln enthalten.

In der Prüfung haben Sie für die Bearbeitung des ganzen Fachmoduls insgesamt 90 Minuten Zeit. Wenn Sie eine Antwort nicht wissen, raten Sie bitte, welche Antwort richtig sein könnte. Sie dürfen sich in der Prüfung keine Notizen machen.

Zur Übung und Veranschaulichung der Fachmodulaufgaben stehen Ihnen hier zwei Übungsaufgaben zur Verfügung.

Fachmodul	Elektrotechnik
Übungsaufgabe 1	

Reihen- und Parallelschaltungen von ohmschen Widerständen

Widerstände können in Reihe oder parallel oder in beliebigen Kombinationen davon verschaltet werden.

Reihenschaltungen

Wenn n Widerstände mit den Widerstandswerten $R_1, R_2, R_3 \ldots R_\mathrm{n}$ in Reihe geschaltet werden, gilt für den resultierenden Gesamtwiderstand R_tot:

$$R_\mathrm{tot} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_\mathrm{n} = \sum_{i=1}^{n} R_\mathrm{i} \,.$$

In speziellen Fällen kann diese Gleichung vereinfacht werden.

Für den Fall, dass alle n Widerstände den gleichen Widerstandswert R aufweisen, erhält man:

$$R_\mathrm{tot} = n \cdot R \,.$$

Im Fall von zwei Widerständen mit dem Werteverhältnis $R_2 = k \cdot R_1$ gilt:

$$R_\mathrm{tot} = R_1 + R_2 = R_1 + k \cdot R_1 = (1+k) \cdot R_1 \quad \text{oder} \quad R_\mathrm{tot} = R_1 + R_2 = \frac{R_2}{k} + R_2 = \frac{k+1}{k} R_2 \,.$$

Wenn an der Reihenschaltung von n Widerständen die Gesamtspannung U_tot anliegt, dann gilt für die Spannung U_x an einem einzelnen Widerstand R_x (mit $x = 1, 2, 3 \ldots n$):

$$U_\mathrm{x} = \frac{R_\mathrm{x}}{\sum_{i=1}^{n} R_\mathrm{i}} U_\mathrm{tot}$$

(= Formel für den „ohmschen Spannungsteiler“).

Parallelschaltungen

Wenn n Widerstände mit den Widerstandswerten $R_1, R_2, R_3 \ldots R_\mathrm{n}$ parallel geschaltet werden, gilt für den resultierenden Gesamtwiderstand R_tot:

$$R_\mathrm{tot} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_\mathrm{n}}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_\mathrm{i}}}$$

Diese Formel vereinfacht sich für nur zwei parallele Widerstände mit den Werten R_1 und R_2 zu:

$$R_{\text{tot}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

In speziellen Fällen kann die Gleichung vereinfacht werden.

Wenn alle n Widerstände den gleichen Widerstandswert R aufweisen, erhält man:

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{n} R.$$

Im Fall von zwei Widerständen mit dem Werteverhältnis $k = R_2 / R_1$, gilt:

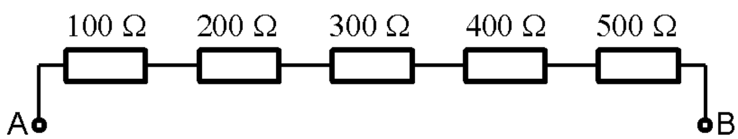
$$R_{\text{tot}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 \cdot k \cdot R_1}{R_1 + k \cdot R_1} = \frac{k}{1+k} R_1 \quad \text{oder} \quad R_{\text{tot}} = \frac{R_2 / k \cdot R_2}{R_2 / k + R_2} = \frac{R_2 \cdot R_2}{(1+k) R_2} = \frac{R_2}{1+k}.$$

Insbesondere dann, wenn k eine ganze Zahl ist, können diese Formeln eine Berechnung unter Umständen erheblich vereinfachen.

Wenn durch die n parallelen Widerstände mit dem Gesamtwiderstandswert R_{tot} der Gesamtstrom I_{tot} fließt, dann gilt für den Strom I_{x} durch den einzelnen Widerstand R_{x} (mit $x = 1, 2, 3, \ldots n$):

$$I_{\text{x}} = \frac{R_{\text{tot}}}{R_{\text{X}}} I_{\text{tot}} = \frac{1}{R_{\text{X}} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_{\text{i}}}} I_{\text{tot}}$$ (= Formel für den „ohmschen Stromteiler“).

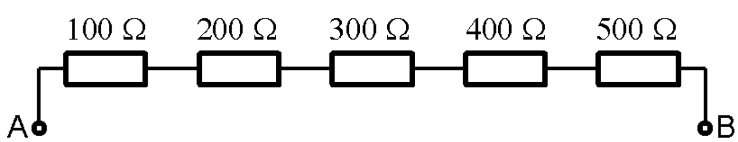
Aufgabe 1



Welchen Wert hat der Gesamtwiderstand zwischen den Klemmen A und B?

a) 1000Ω
b) 1200Ω
c) 1400Ω
d) 1500Ω

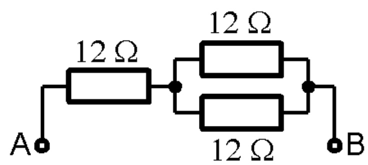
Aufgabe 2



Zwischen den Klemmen A und B liegt die Spannung $U_{AB} = 500\,\mathrm{V}$.
Welche Spannung tritt am Widerstand $R = 300\Omega$ auf?

a) $80\,\mathrm{V}$
b) $90\,\mathrm{V}$
c) $100\,\mathrm{V}$
d) $110\,\mathrm{V}$

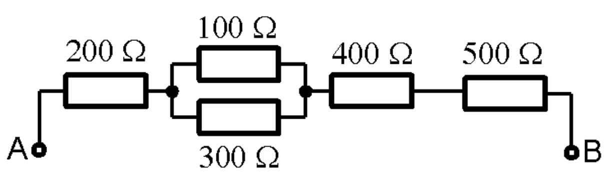
Aufgabe 3



Welchen Wert hat der Gesamtwiderstand zwischen den Klemmen A und B?

a) 12Ω
b) 18Ω
c) 24Ω
d) keinen der drei genannten Werte

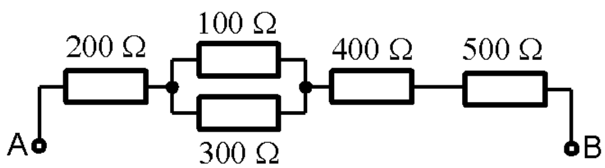
Aufgabe 4



Welchen Wert hat der Gesamtwiderstand zwischen den Klemmen A und B?

a) 1125Ω
b) 1150Ω
c) 1175Ω
d) 1200Ω

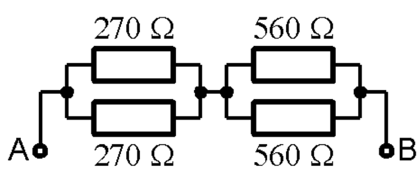
Aufgabe 5



Zwischen den Klemmen A und B liegt die Spannung $U_{AB} = 1000\,\mathrm{V}$.
An welchem(n) Widerstand(en) liegt die Spannung $U_R \approx 340\,\mathrm{V}$?

a) $200\,\Omega$
b) $100\,\Omega$ parallel $300\,\Omega$
c) $400\,\Omega$
d) $500\,\Omega$

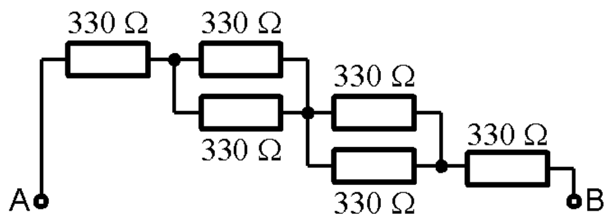
Aufgabe 6



Welchen Wert hat der Gesamtwiderstand zwischen den Klemmen A und B?

a) $415\,\Omega$
b) $425\,\Omega$
c) $435\,\Omega$
d) $445\,\Omega$

Aufgabe 7



Welchen Wert hat der Gesamtwiderstand zwischen den Klemmen A und B?

a) 960Ω
b) 990Ω
c) 1020Ω
d) 1030Ω

Fachmodul **Elektrotechnik**

Übungsaufgabe 1 – Lösungen

Aufgabe 1

Lösung: D

Im Text wird beschrieben, dass Widerstände, die in Reihe geschaltet sind, addiert werden können, das bedeutet:

$$500\Omega + 400\Omega + 300\Omega + 200\Omega + 100\Omega = 1500\Omega.$$

Aufgabe 2

Lösung: C

Aus der Formel

$$U_{\mathrm{x}} = \frac{R_{\mathrm{x}}}{\sum_{i=1}^{n} R_{\mathrm{i}}} U_{\mathrm{tot}}$$

ist abzulesen, dass das Verhältnis zwischen einem Widerstand R_x und dem Gesamtwiderstand dem Verhältnis zwischen der Spannung an Widerstand R_x und der Spannung zwischen den Klemmen A und B entspricht. Durch das Einsetzen des Widerstands $R = 300\Omega$, relativiert am Gesamtwiderstand $\sum_{i=1}^{n} R_i = 1500\Omega$, mal der Gesamtspannung $U_{tot} = 500V$ ergibt sich:

$$U_x = \frac{300\Omega}{1500\Omega} \times 500V = \frac{1\Omega}{5\Omega} \times 500V = 100V.$$

Aufgabe 3

Lösung: B

Für die Lösungsfindung muss beachtet werden, dass hier zwei Widerstände parallelgeschaltet sind. Da diese den gleichen Betrag haben, gilt:

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{n} R$$

Durch das Einsetzen von $n = 2$ und $R = 12\Omega$ ergibt sich:

$$\frac{1}{2} \times 12\Omega = 6\Omega.$$

Gemäß der Formel für Reihenschaltung können jetzt die Widerstände zur Errechnung des Gesamtwiderstands addiert werden:

$$12\Omega + 6\Omega = 18\Omega.$$

Aufgabe 4

Lösung: C

Für die Lösungsfindung muss beachtet werden, dass hier zwei Widerstände parallelgeschaltet sind. Da diese nicht den gleichen Betrag haben, gilt für diese:

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_{\text{n}}}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_{\text{i}}}}$$

Durch das Einsetzen von $R_1 = 100\Omega$ und $R_2 = 300\Omega$ erhält man:

$$R_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{100\Omega} + \frac{1}{300\Omega}}$$

Durch die Addition der beiden Brüche im Nenner (indem man sie auf den gleichen Nenner bringt) erhält man:

$$R_{tot} = \frac{1}{\frac{3}{300\Omega} + \frac{1}{300\Omega}} = \frac{1}{\frac{4}{300\Omega}}$$

Durch das Bilden des Kehrwerts erhält man:

$$R_{tot} = 1 \times \frac{300\Omega}{4} = 75\Omega$$

Gemäß der Formel für Reihenschaltung können jetzt die Widerstände zur Errechnung des Gesamtwiderstands addiert werden:

$$75\Omega + 200\Omega + 400\Omega + 500\Omega = 1175\Omega.$$

Aufgabe 5

Lösung: C

Aus der Formel

$$U_{\mathrm{x}} = \frac{R_{\mathrm{x}}}{\sum_{i=1}^{n} R_{\mathrm{i}}} U_{\mathrm{tot}}$$

ist abzulesen, dass das Verhältnis zwischen einem Widerstand R_x und dem Gesamtwiderstand dem Verhältnis zwischen der Spannung an Widerstand R_x und der Spannung zwischen den Klemmen A und B entspricht. Der gesuchte Widerstand von R_x ist demnach $0{,}34 \times$ Gesamtwiderstand (1175Ω) groß. Annäherungsweise kann mit $\frac{1}{3}$ gerechnet werden, wodurch schnell klar wird, dass nur 400Ω als Lösung in Frage kommt (der genaue Wert beträgt $399{,}5\Omega$).

Aufgabe 6

Lösung: A

Für die Lösungsfindung muss beachtet werden, dass hier zwei Mal zwei Widerstände parallelgeschaltet sind. Da diese den gleichen Betrag haben, gilt für diese:

$$R_{\mathrm{tot}} = \frac{1}{n} R$$

Durch das Einsetzen von $n = 2$ und $R = 270\Omega$ ergibt sich für die erste Parallelschaltung:

$$\frac{1}{2} \times 270\Omega = 135\Omega.$$

Für die zweite Parallelschaltung ergibt sich durch das Einsetzen von $n = 2$ und $R = 560\Omega$:

$$\frac{1}{2} \times 560\Omega = 280\Omega.$$

Gemäß der Formel für Reihenschaltung können jetzt die Widerstände zur Errechnung des Gesamtwiderstands addiert werden:

$$135\Omega + 280\Omega = 415\Omega.$$

Aufgabe 7

Lösung: B

Für die Lösungsfindung muss beachtet werden, dass hier unter anderem zwei Mal zwei Widerstände parallelgeschaltet sind. Da diese den gleichen Betrag haben, gilt für diese:

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{n} R$$

Durch das Einsetzen von $n = 2$ und $R = 330\Omega$ ergibt sich für beide Parallelschaltungen:

$$\frac{1}{2} \times 330\Omega = 165\Omega.$$

Gemäß der Formel für Reihenschaltung können jetzt alle Widerstände zur Errechnung des Gesamtwiderstands addiert werden:

$$330\Omega + 165\Omega + 165\Omega + 330\Omega = 990\Omega.$$

Fachmodul	Elektrotechnik
Übungsaufgabe 2	

Systemanalyse

In der Regelungstechnik werden dynamische Systeme (Regelstrecken) betrachtet. Sie können über eine Stellgröße $u(t)$ beeinflusst werden und haben eine Ausgangsgröße $y(t)$, die einen gewünschten Wert w annehmen soll. *Abbildung 1* zeigt diesen Zusammenhang in Form des Standardregelkreises. Auf den Systemausgang wirkt normalerweise eine Störgröße $d(t)$.

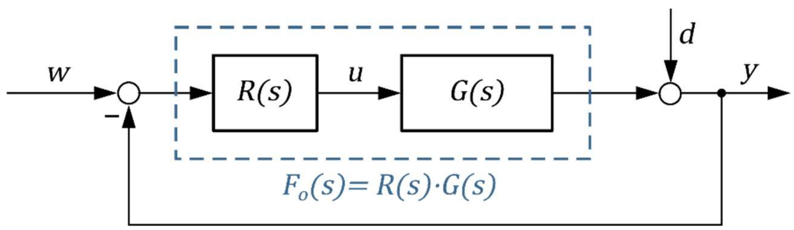


Abbildung 1: geschlossener Regelkreis – Standardregelkreis

Zuerst muss das Systemverhalten identifiziert und $G(s)$ bestimmt werden, damit ein Regler entworfen werden kann, der zum System passt. Dafür wird zuerst die Differentialgleichung aufgestellt, die das Systemverhalten beschreibt. Die in den Laplace-Bereich transformierte Differentialgleichung liefert die Systemübertragungsfunktion $G(s)$.

Die Systemübertragungsfunktion $G(s)$ und eine passende Funktion $R(s)$ können zusammengefasst werden zu $F_o(s) = R(s) \cdot G(s)$ (Abb. 1).

$F_o(s)$ bezeichnet den offenen Regelkreis (Index o für offener Kreis) und liegt in gebrochen rationaler Form vor: $F_o(s) = \frac{Z_o(s)}{N_o(s)}$. $Z_o(s)$ bezeichnet das Zählerpolynom und $N_o(s)$ das Nennerpolynom von $F_o(s)$. Die Lage der Nullstellen des Zählerpolynoms $Z_o(s)$ sowie die Lage der Polstellen (Nullstellen des Nenner-Polynoms $N_o(s)$) liefern Informationen über wichtige Eigenschaften und das Systemverhalten des geschlossenen Regelkreises. Die für die Regelungstechnik wichtigsten Eigenschaften sind Stabilität sowie stationäre Genauigkeit.

Die *Ortskurve* (auch *Nyquist-Ortskurve*, *NOK*, genannt) und die *Wurzelortskurve* (*WOK*) sind grafische Analysemethoden, die das Systemverhalten über ein Diagramm in der komplexen Zahlenebene beschreiben. Bei der NOK wird das Übertragungsverhalten von $F_o(s)$ auf der imaginären Achse für Frequenzen von $\omega = 0$ bis $\omega \to +\infty$ betrachtet, wobei gilt, dass $s = j\omega$. Die NOK beginnt ihren Verlauf bei $\omega = 0$.

Die WOK nimmt als Ausgangspunkt die Lage der Pol- und Nullstellen des offenen Kreises $F_o(s)$. Die WOK zeigt die Lage der Pole des geschlossenen Regelkreises, wenn ein rein verstärkender Regler $R(s) = K$ (P-Regler) eingesetzt und K variiert wird. Die WOK beginnt ihren Verlauf in den Polstellen.

Aufgabe 1

Was ist die System-Übertragungsfunktion $G(s)$ zur Differentialgleichung der Form $m \cdot \ddot{y} + c \cdot y - u = 0$?

a) $G(s) = \frac{1}{m \cdot s^2 + c}$
b) $G(s) = \frac{1}{s^2 + m \cdot s + c}$
c) $G(s) = \frac{1}{c \cdot s^2 + m}$
d) $G(s) = \frac{s}{s^2 + m \cdot s + c}$

Aufgabe 2

Wie lautet der Ausdruck für die Führungsübertragungsfunktion $F_w(s) = \frac{Y(s)}{W(s)}$, die über $F_o(s)$ den Zusammenhang zwischen der Ausgangsgröße y und der Führungsgröße w im geschlossenen Regelkreis beschreibt?

a) $F_w(s) = F_o(s)$
b) $F_w(s) = F_o(s) \cdot F_o(s)$
c) $\mathrm{F_w(s)} = \frac{\mathrm{F_o(s)}}{1 + \mathrm{F_o(s)}}$
d) $F_w(s) = \frac{1}{F_o(s)}$

Aufgabe 3

Wie lautet der Ausdruck für die Störübertragungsfunktion $F_d(s) = \frac{Y(s)}{D(s)}$, die über $F_o(s)$ den Zusammenhang zwischen der Ausgangsgröße y und der Störgröße d im geschlossenen Regelkreis beschreibt?

a) $F_d(s) = \frac{1}{1+F_o(s)}$
b) $F_d(s) = F_o(s)$
c) $F_d(s) = F_o(s) \cdot F_o(s)$
d) $F_d(s) = \frac{1}{F_o(s)}$

Aufgabe 4

Welche der folgenden Aussagen trifft auf die Führungsübertragungsfunktion und die Störübertragungsfunktion zu?

a) Wenn in einem Standardregelkreis die Führungsübertragungsfunktion stationär genau ist, ist auch immer die Störübertragungsfunktion stationär genau.
b) Wenn in einem Standardregelkreis die Führungsübertragungsfunktion stabil ist, ist auch immer die Störübertragungsfunktion stabil.
c) Die Führungsübertragungsfunktion ist im Standardregelkreis gleich der Störübertragungsfunktion.
d) Die Führungsübertragungsfunktion ist im Standardregelkreis immer stabil, die Störübertragungsfunktion dagegen immer instabil.

Aufgabe 5

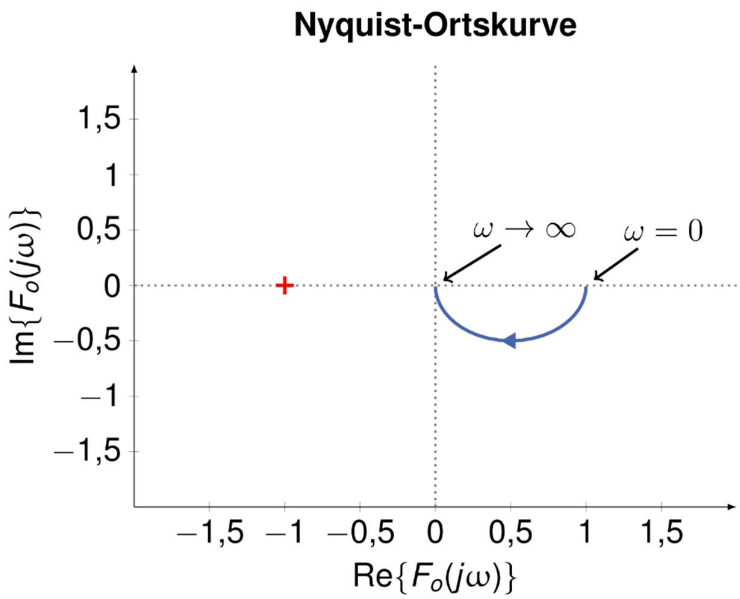


Abbildung 2: Nyquist-Ortskurve eines unbekannten Systems

Wie lautet die Systemfunktion $F(s)$ der in *Abbildung 2* dargestellten Nyquist-Ortskurve?

a) $F_0(s) = \frac{1}{s} = F_0(\mathrm{j}\omega) = \frac{1}{\mathrm{j}\omega}$

b) $F_0(s) = s = F_0(\mathrm{j}\omega) = \mathrm{j}\omega$

c) $F_0(s) = \frac{1}{s+10} = F_0(\mathrm{j}\omega) = \frac{1}{\mathrm{j}\omega+10}$

d) $F_0(s) = \frac{1}{s+1} = F_0(\mathrm{j}\omega) = \frac{1}{\mathrm{j}\omega+1}$

Aufgabe 6

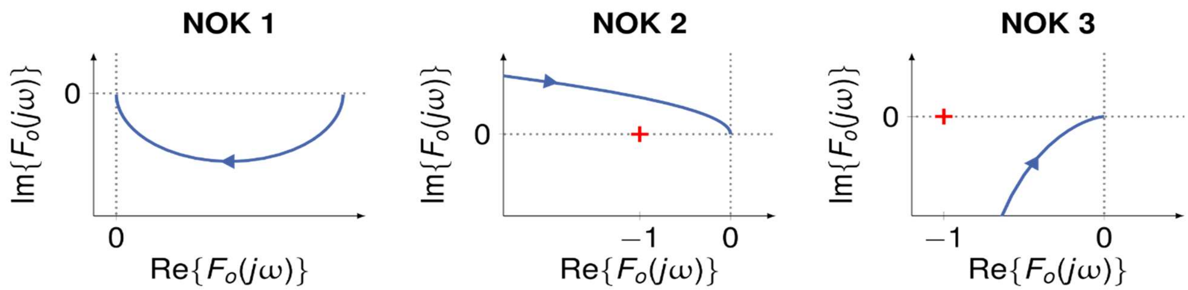


Abbildung 3: Nyquist-Ortskurven dreier Systeme 1, 2 und 3

dargestellt sind?

a) System 1: I³-Verhalten, System 2: I²-Verhalten, System 3: I-Verhalten
b) System 1: P-Verhalten, System 2: I²-Verhalten, System 3: I-Verhalten
c) System 1: P-Verhalten, System 2: P-Verhalten, System 3: P-Verhalten
d) System 1: I-Verhalten, System 2: P-Verhalten, System 3: I²-Verhalten

Aufgabe 7

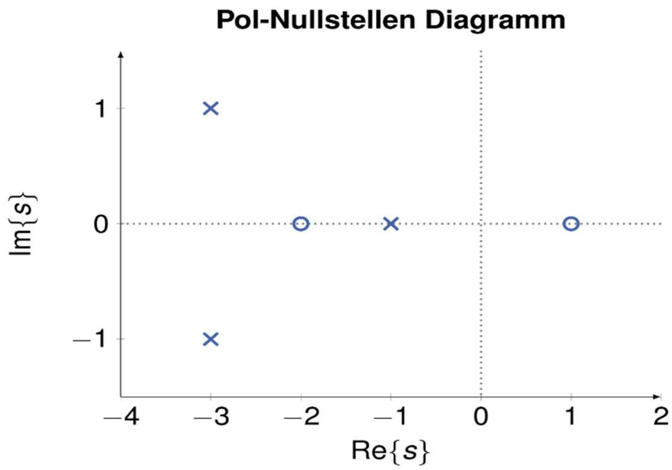


Abbildung 4: Pol-Nullstellendiagramm eines unbekannten Systems $G(s)$

Wie lautet die … Pol-Nullstellen-Diagramms?

a) $G(s) = \frac{(s-1)(s+2)}{(s^2+6s+10)(s+1)}$

b) $G(s) = \frac{(s+1)(s-2)}{(s^2+6s+1\ \ )(s+1)}$

c) $G(s) = \frac{(s+1)(s-2)}{(s^2+6s+1\ \ )(s-1)}$

d) $G(s) = \frac{s-1}{(s^2+6s+1\ \ )(s+1)}$

Fachmodul	Elektrotechnik
Übungsaufgabe 2 – Lösungen	

Man bezeichnet wie üblich die Laplace-Transformierte

$$\mathcal{L}\{u\}(s) = \int_0^\infty u(t)e^{-s}\, dt$$

der Funktion $u(t)$ mit $U(s)$ und die Laplace-Transformierte $\mathcal{L}\{y\}(s)$ der Funktion $y(t)$ mit $Y(s)$. Für die Laplace-Transformierte der zweiten Ableitung $\ddot{y}$ von y gilt dann $\mathcal{L}\{\ddot{y}\}(s) = s^2Y(s)$. Die Differenzialgleichung

$$m \cdot \ddot{y}(t) + c \cdot y(t) - u(t) = 0$$

geht durch Anwendung der Laplace-Transformation somit in die algebraische Gleichung

$$m \cdot s^2 \cdot Y(s) + c \cdot Y(s) - U(s) = 0$$

über. Durch Umformung erhält man

$$(m \cdot s^2 + c) \cdot Y(s) = U(s)$$

bzw.

$$Y(s) = \frac{1}{m \cdot s^2 + c} U(s)$$

Der Zusammenhang zwischen $U(s)$ und $Y(s)$ ist durch $Y(s) = G(s)U(s)$ gegeben, woraus

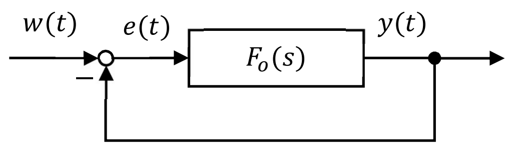
$$G(s) = \frac{1}{m \cdot s^2 + c}$$

folgt.

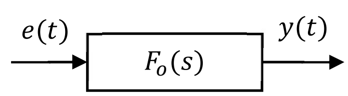
Aufgabe 2

Lösung: C

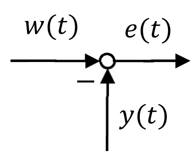
Durch Vereinfachung des gegebenen Blockschaltbildes und Einführung der Hilfsfunktion $e(t)$ erhält man das Blockschaltbild



Durch Übergang zu den Laplace-Transformierten erhält man für den Übertragungsweg



die Gleichung $Y(s) = F_o(s)E(s)$ und für den Knoten



die Gleichung $E(s) = W(s) - Y(s)$. Somit gilt

$$Y(s) = F_o(s)E(s) = F_o(s)\big(W(s) - Y(s)\big).$$

Durch Umformung erhält man

$$Y(s) = F_o(s)W(s) - F_o(s)Y(s)$$

$$\Leftrightarrow Y(s) + F_o(s)Y(s) = F_o(s)W(s)$$

$$\Leftrightarrow (1 + F_o(s))Y(s) = F_o(s)W(s)$$

$$\Leftrightarrow Y(s) = \frac{F_o(s)}{1 + F_o(s)}W(s)$$

$$\Leftrightarrow \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{F_o(s)}{1 + F_o(s)}$$

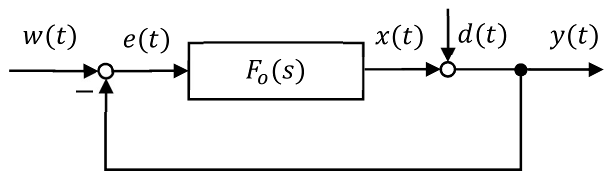
Also

$$F_w(s) = \frac{F_o(s)}{1 + F_o(s)}.$$

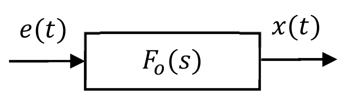
Aufgabe 3

Lösung: A

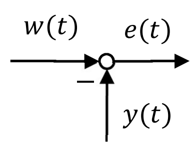
Durch Vereinfachung des gegebenen Blockschaltbildes und Einführung der Hilfsfunktionen $e(t)$ und $x(t)$ erhält man das Blockschaltbild



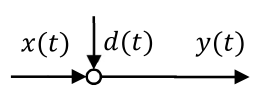
Durch Übergang zu den Laplace-Transformierten erhält man für den Übertragungsweg



die Gleichung $X(s) = F_o(s)E(s)$. Für den Knoten



erhält man die Gleichung $E(s) = W(s) - Y(s)$, und für den Knoten



erhält man die Gleichung $Y(s) = X(s) + D(s)$. Es gilt also

$$Y(s) = X(s) + D(s) = F_o(s)E(s) + D(s) = F_o(s)\big(W(s) - Y(s)\big) + D(s).$$

Da diese Gleichung unabhängig von der Führungsgröße $w(t)$ gelten muss, betrachten wir die Gleichung im Folgenden für den Fall $w(t) = 0$. Man erhält dann

$$Y(s) = -F_o(s)Y(s) + D(s)$$

$$\Leftrightarrow Y(s) + F_o(s)Y(s) = D(s)$$

$$\Leftrightarrow (1 + F_o(s))Y(s) = D(s)$$

$$\Leftrightarrow Y(s) = \frac{1}{1 + F_o(s)} D(s)$$

$$\Leftrightarrow \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1}{1 + F_o(s)}$$

Also

$$F_d(s) = \frac{1}{1 + F_o(s)}$$

Aufgabe 4

Lösung: B

Wir haben gezeigt, dass die Führungsübertragungsfunktion $F_w(s)$ durch

$$F_w(s) = \frac{F_o(s)}{1 + F_o(s)}$$

und die Störübertragungsfunktion $F_d(s)$ durch

$$F_d(s) = \frac{1}{1 + F_o(s)}$$

gegeben ist. Mit dem Ansatz

$$F_o(s) = \frac{Z_o(s)}{N_o(s)}$$

erhält man

$$F_w(s) = \frac{Z_o(s)}{Z_o(s) + N_o(s)}$$

sowie

$$F_d(s) = \frac{N_o(s)}{Z_o(s) + N_o(s)}$$

wobei $Z_o(s)$ und $N_o(s)$ Polynome sind. Die Funktion $Z_o(s) + N_o(s)$ ist dann ebenfalls ein Polynom. Die Funktion $F_w(s)$ ist genau dann stabil, wenn die Realteile aller ihrer Polstellen negativ sind. Die Polstellen sind die Nullstellen des Polynoms $Z_o(s) + N_o(s)$, die nicht gleichzeitig Nullstellen des Polynoms $Z_o(s)$ sind. Nimmt man nun an, dass die Funktion $F_d(s)$ nicht stabil ist, so folgt daraus, dass mindestens eine Nullstelle λ des Polynoms $Z_o(s) + N_o(s)$ exstiert, deren Realteil nichtnegativ ist, und die nicht gleichzeitig Nullstelle des Polynoms $N_o(s)$ ist. Da nach Voraussetzung $Z_o(\lambda) + N_o(\lambda) = 0$, kann λ keine Nullstelle des Polynoms $Z_o(\lambda)$ sein. Damit wäre λ eine Polstelle von $F_w(s)$, was im Widerspruch dazu steht, dass $F_w(s)$ stabil ist. Aus der Stabilität $F_w(s)$ folgt also stets die Stabilität von $F_d(s)$.

Aufgabe 5

Lösung: D

Gesucht ist diejenige Übertragungsfunktion, die für $\omega = 0$ den Wert 1 liefert, deren Imaginärteil für $\omega > 0$ negativ ist, und die für $\omega \to \infty$ gegen 0 strebt. Durch konjugiert komplexe Erweiterung erhält man für die folgende Darstellung für die Übertragungsfunktion in d):

$$F_o(\mathrm{j}\omega) = \frac{1}{\mathrm{j}\omega + 1} = \frac{1 - \mathrm{j}\omega}{(1 + \mathrm{j}\omega)(1 - \mathrm{j}\omega)} = \frac{1 - \mathrm{j}\omega}{1 + \omega^2} = \frac{1}{1 + \omega^2} + \mathrm{j}\,\frac{-\omega}{1 + \omega^2}$$

Also

$$\mathrm{Re}\{F_o(\mathrm{j}\omega)\} = \frac{1}{1 + \omega^2},$$

$$\mathrm{Im}\{F_o(\mathrm{j}\omega)\} = \frac{-\omega}{1 + \omega^2}.$$

Für $\omega = 0$ erhält man $\mathrm{Re}\{F_o(0)\} = 1$ und $\mathrm{Im}\{F_o(0)\} = 0$. Für $\omega > 0$ nimmt der Realteil von $F_o(\mathrm{j}\omega)$ positive Werte zwischen 0 und 1 an, der Imaginärteil von $F_o(\mathrm{j}\omega)$ nimmt negative Werte an. Außerdem gilt

$$\lim_{\omega \to \infty} \mathrm{Re}\{F_o(\mathrm{j}\omega)\} = 0$$

sowie

$$\lim_{\omega \to \infty} \mathrm{Im}\{F_o(\mathrm{j}\omega)\} = 0$$

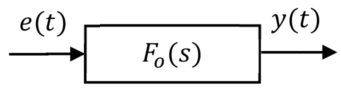
Daher passt die in der Graphik dargestellte NOK zur Übertragungsfunktion

$$F_o(\mathrm{j}\omega) = \frac{1}{\mathrm{j}\omega + 1}.$$

Aufgabe 6

Lösung: B

Wir betrachten ein Übertragungssystem von der Form



mit Eingangssignal $e(t)$ und Ausgangssignal $y(t)$. Es gilt dann $Y(s) = F_o(s)E(s)$.

Das Übertragungssystem zeigt ein P-Verhalten, wenn eine Differenzialgleichung der Form

$$y(t) + T\dot{y}(t) = Ke(t)$$

mit positiven, reellen Konstanten K und T gilt. Durch Anwendung der Laplace-Transformation erhält man

$$Y(s)(1 + sT) = KE(s)$$

und somit

$$F_o(s) = \frac{K}{1 + Ts}.$$

Für $s = \mathrm{j}\omega$ erhält man durch konjugiert komplexe Erweiterung die Darstellung

$$F_o(\mathrm{j}\omega) = \frac{K}{1 + \mathrm{j}T\omega} = \frac{K(1 - \mathrm{j}T\omega)}{(1 + \mathrm{j}T\omega)(1 - \mathrm{j}T\omega)} = \frac{K}{1 + T^2\omega^2} + \mathrm{j}\frac{KT\omega}{1 + T^2\omega^2}.$$

Die NOK einer solchen Übertragungsfunktion verläuft für $\omega > 0$ im vierten Quadranten der komplexen Ebene, wobei sie für $\omega = 0$ im Punkt K beginnt für $\omega \to \infty$ gegen 0 strebt. Einen solchen Verlauf nimmt die NOK zu System 1.

Das Übertragungssystem zeigt ein I-Verhalten, wenn eine Integral-Differenzialgleichung der Form

$$y(t) + T\dot{y}(t) = K\int_0^t e(\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

mit positiven, reellen Konstanten K und T gilt. Durch Anwendung der Laplace-Transformation erhält man

$$Y(s)(1 + sT) = \frac{K}{s}E(s)$$

und somit

$$F_o(s) = \frac{K}{\mathrm{s} + Ts^2}$$

Für $s = \mathrm{j}\omega$ erhält man durch konjugiert komplexe Erweiterung die Darstellung

$$F_o(\mathrm{j}\omega) = \frac{K}{\mathrm{j}\omega - T\omega^2} = \frac{K(-\mathrm{j}\omega - T\omega^2)}{(\mathrm{j}\omega - T\omega^2)(-\mathrm{j}\omega - T\omega^2)} = \frac{-KT\omega^2}{\omega^2 + T^2\omega^4} + \mathrm{j}\frac{-K\omega}{\omega^2 + T^2\omega^4}$$
$$= \frac{-KT}{1 + T^2\omega^2} + \mathrm{j}\frac{-K}{\omega + T^2\omega^3}.$$

Die NOK einer solchen Übertragungsfunktion verläuft für $\omega > 0$ im dritten Quadranten der komplexen Ebene, wobei sie für $\omega \to \infty$ gegen 0 strebt. Einen solchen Verlauf nimmt die NOK zu System 3.

Ein I²-Verhalten liegt vor, wenn die Übertragungsfunktion des Systems von der Form

$$F_o(s) = \frac{K}{s^2 + Ts^3}$$

mit positiven, reellen Konstanten K und T ist. Für $s = \mathrm{j}\omega$ erhält man durch konjugiert komplexe Erweiterung die Darstellung

$$F_o(\mathrm{j}\omega) = \frac{K}{-\omega^2 - \mathrm{j}T\omega^3} = \frac{K(-\omega^2 + \mathrm{j}T\omega^3)}{(-\omega^2 - \mathrm{j}T\omega^3)(-\omega^2 + \mathrm{j}T\omega^3)} = \frac{-KT\omega^2}{\omega^4 + T^2\omega^6} + \mathrm{j}\frac{KT\omega^3}{\omega^4 + T^2\omega^6}$$
$$= \frac{-KT}{\omega^2 + T^2\omega^4} + \mathrm{j}\frac{KT}{\omega + T^2\omega^3}.$$

Die NOK einer solchen Übertragungsfunktion verläuft für $\omega > 0$ im zweiten Quadranten der komplexen Ebene, wobei sie für $\omega \to \infty$ gegen 0 strebt. Einen solchen Verlauf nimmt die NOK zu System 2.

Aufgabe 7

Lösung: A

Gesucht ist diejenige gebrochen rationale Übertragungsfunktion $G(s)$, die die Nullstellen $z_1 = 1$ und $z_2 = -2$ sowie die Polstellen $p_1 = -3 + \mathrm{j}$, $p_2 = -3 - \mathrm{j}$ und $p_3 = -1$ besitzt. Nach dem Fundamentalsatz der Algebra ist eine solche Funktion von der Form

$$G(s) = \frac{(s - z_1)^{\mu_1}(s - z_2)^{\mu_2}}{(s - p_1)^{\nu_1}(s - p_2)^{\nu_2}(s - p_3)^{\nu_3}} = \frac{(s - 1)^{\mu_1}(s + 2)^{\mu_2}}{(s + (3 - \mathrm{j}))^{\nu_1}(s + (3 + \mathrm{j}))^{\nu_2}(s + 1)^{\nu_3}}$$

mit positiven natürlichen Zahlen μ_1, μ_2, ν_1, ν_2 und ν_3. Unter den gegeben Übertragungsfunktionen kommt daher nur die unter a) genannte in Frage und zwar mit $\mu_1 = \mu_2 = \nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = 1$. Tatsächlich gilt

$$\begin{aligned}(s + (3 - \mathrm{j}))^1(s + (3 + \mathrm{j}))^1 &= (s + (3 - \mathrm{j}))(s + (3 + \mathrm{j})) \\ &= s^2 + (3 - \mathrm{j})s + (3 + \mathrm{j})s + (3 - \mathrm{j})(3 + \mathrm{j}) = s^2 + 3s - \mathrm{j}s + 3s + \mathrm{j}s + 3^2 - \mathrm{j}^2 \\ &= s^2 + 6s + 10\end{aligned}$$

und somit

$$G(s) = \frac{(s - 1)^1(s + 2)^1}{(s + (3 - \mathrm{j}))^1(s + (3 + \mathrm{j}))^1(s + 1)^1} = \frac{(s - 1)(s + 2)}{(s^2 + 6s + 10)(s + 1)}.$$

Der Digitale Mastertest (dMAT) wird von der Gesellschaft für Akademische Studienvorbereitung und Testentwicklung e.V. (g.a.s.t.) angeboten. Die weltweite Organisation des dMAT liegt beim TestDaF-Institut in Bochum.

Das Format des dMAT wurde in Zusammenarbeit mit den Universitäten Ulm und Kassel entwickelt. Partner bei der Erstellung der Fachmodule sind Hochschulen in Deutschland.

Die Entwicklung des dMAT wird durch den Deutschen Akademischen Austauschdienst (DAAD), Bonn, unterstützt.